

Incertezas na determinação do dia solar verdadeiro: conceitos metrológicos aplicados à astronomia

Uncertainty in determining the true solar day: metrological concepts applied to astronomy

Fabricio Goncalves Torres^{a*}, Diogo Cesar Borges Silva^a, Ramachrisna Teixeira^b

^a Laboratório de Metrologia Elétrica, Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo S.A., São Paulo-SP, Brasil.

^b Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, Universidade de São Paulo, São Paulo – SP, Brasil

*E-mail: fabrigt@ipt.br

Palavras-chave:
metrologia; astrometria;
astronomia, incerteza.

Keywords:
*metrology; astrometry;
astronomy, uncertainty.*

Resumo

Neste trabalho, é discutida, de um ponto de vista metrológico, a medida do intervalo de tempo astronômico conhecido como "dia solar verdadeiro" que, ao longo da História, foi uma unidade de tempo bastante utilizada pela humanidade. O intuito é aplicar alguns conceitos da Metrologia a um fenômeno intimamente relacionado às nossas vidas. O software *Stellarium*, que permite simular os movimentos dos corpos celestes, foi utilizado para medir essa unidade em intervalos regulares ao longo de um ano. Os resultados obtidos são apresentados, comparados com os valores do Anuário do Observatório Nacional – RJ, analisados e discutidos.

Abstract

In this work, we discuss, from a metrological point of view, the measurement of the astronomical time interval, known as "true solar day" which, through History, was a unit of time widely used by mankind. The intention is to attract and to motivate the interest to promote the discussion of Metrology concepts applied to a phenomenon strongly related to our lives, in this case, the duration variability of the days along one year. The software Stellarium, which allows simulating the movement of the celestial bodies, was employed to measure the duration of the day in regular intervals along one year. The obtained results are presented, compared against the values from the Yearbook of the National Observatory – RJ and are analyzed and discussed.

1 Introdução

Usamos números para contar e, da mesma forma que uma história, este ato de contar pode dar significado ao que nos cerca. Com a intenção de encontrar um número que traduzisse o tamanho do nosso planeta, muitos matemáticos da Grécia Antiga tentaram determinar o diâmetro da Terra. Dos muitos métodos e números encontrados, foi só por volta de 240 AEC (antes da era comum) que se chegou pela primeira vez a um valor que se compara, muito bem, com o que temos hoje. O cálculo foi feito por Eratóstenes na época em que trabalhava na biblioteca de Alexandria. Infelizmente, a definição exata da unidade de medida empregada por ele para os cálculos, o estádio, perdeu-se ao longo da história, ainda assim, relacionando os possíveis valores do estádio com nossas unidades modernas de comprimento, pode-se atribuir aos seus resultados um erro entre 0,5 % e 17 % (ERATOSTHENES..., 2018).

O exemplo de Eratóstenes é bastante emblemático por seu método exigir que fosse medida com aceitável precisão a distância entre duas cidades, o que demandou um estudo da medição em si, ou seja, a aplicação da Metrologia (do grego *metron* que significa "medida" e *logos* que significa "estudo"). Esse exemplo ilustra também como Metrologia e Astronomia sempre andaram juntas ao longo da história. O avanço nos conhecimentos da Astronomia demandou que fossem desenvolvidos conceitos de Metrologia, tanto pela necessidade de se obter instrumentos mais exatos e precisos, quanto pela utilização de modelos estatísticos mais apropriados. O inverso também é válido, já que o aprimoramento da Metrologia permitiu enxergar mais e entender melhor as nuances da natureza.

A Metrologia também é fundamental para que decisões importantes sejam tomadas baseadas em resultados confiáveis e justos. Medições imprecisas e inexatas podem ter consequências bastante negativas. Um valor para a circunferência da Terra, aproximadamente, 30 % menor do que o valor determinado por Eratóstenes (DETERMINING..., 2018) levou Cristóvão Colombo a acreditar que o Extremo Oriente estava bem mais perto da Europa do que realmente estava (SANTIAGO; SALVIANO, 2005).

O que seria um erro grande? Quando um erro pode ser considerado inapropriado ou grosseiro?

Com a Metrologia atual, temos um conceito mais amplo sobre o que seria um erro grande ou pequeno, embora esse conceito seja relativo, já que, o que seria erro grosseiro para uma determinada aplicação, talvez não seja para outra. Ao poder separar, conceitualmente, erro de incerteza, esse erro pode ser melhor mitigado e, se necessário, reduzido a níveis satisfatórios.

Entretanto, nem sempre a Metrologia foi da forma como a conhecemos hoje. Há alguns séculos, não se tinha um conceito claro do que seria um erro de medida. Durante muito tempo cientistas acreditavam que era possível obter resultados tão verdadeiros que chegavam à perfeição e, portanto, era comum que dados discrepantes fossem manipulados ou omitidos para que o resultado final

convergissem a um valor ideal. Prática comum que, até nos dias de hoje, é realizada por alguns estudantes ao elaborar os relatórios das experiências dos cursos de laboratório. Entretanto, essa prática pode ser muito danosa e, inclusive, ocultar grandes oportunidades para o avanço da ciência.

Como exemplo podemos citar uma das maiores e mais ousadas empreitadas científicas já realizadas: criar uma definição do metro a partir da fração de um dos meridianos da Terra. A medida em si, embora desafiadora, não justificaria ser classificada como uma empreitada tão extraordinária se não fosse pelo fato dela ter iniciado na França, em plena Revolução Francesa (1789-1799), em junho de 1792. Dois grandes cientistas foram convocados para a empreitada: Jean Baptiste Joseph Delambre e Pierre François André Méchain. Delambre foi incumbido de realizar as medidas na parte norte da expedição até Dunquerque, enquanto Méchain comandou a expedição quase mil quilômetros para o sul, até Barcelona (ALDER, 2003). O resultado da expedição foi catastrófico para Méchain que não só teve de passar por uma série de adversidades durante a expedição como também suportar o fato de que algumas de suas medidas apresentaram um grande erro que ele não conseguia explicar. Por fim, essa divergência o enlouqueceu ao ponto de fraudar diversos dados.

Após a morte de Méchain, em 1804, Delambre teve um trabalho extraordinário de organizar todas as informações e resgatar os resultados verdadeiros, porém o erro que angustiava Méchain voltou à tona. Os cientistas da época não tinham uma noção clara do que seria um erro e confundiam conceitos como precisão (concordância entre valores obtidos por medições repetidas, em um mesmo objeto, sob condições especificadas) e exatidão (concordância entre um valor medido e um valor tido como verdadeiro). Somente anos depois, um aluno de Laplace, Nicolas Nicolle, conseguiu identificar que a fonte de erro se devia às imperfeições do Círculo de Borda, instrumento utilizado nas medidas. Por fim, de forma inesperada, o erro de Méchain acabou sendo o responsável pelo desenvolvimento da Teoria dos Erros utilizada até hoje (ALDER, 2003).

Nesse contexto, o presente trabalho tem como foco aplicar conceitos metrológicos na medição do "dia solar verdadeiro" utilizando o simulador *Stellarium*. Os resultados obtidos são comparados com os valores tabelados obtidos no Anuário do Observatório Nacional (2018), analisados e discutidos.

1.1 Dia solar verdadeiro

Para ilustrarmos aspectos básicos de Metrologia, decidimos determinar a duração **da unidade de tempo chamada "dia solar verdadeiro"** ao longo do ano realizando medidas com o "software" *Stellarium* que nos permite em poucos minutos, simular os movimentos diário e anual aparentes do Sol.

O "dia solar verdadeiro" pode ser definido como o intervalo de tempo entre duas passagens consecutivas do Sol por um mesmo meridiano. Dessa forma, a experiência resume-se no registro dos instantes de cada passagem do Sol pelo meridiano de um observador. A diferença entre dois instantes relativos a duas passagens consecutivas nos fornece a duração do "dia solar verdadeiro". A repetição dessa experiência ao longo do ano pode nos revelar, dependendo da precisão, que o dia solar verdadeiro não tem sempre a mesma duração, ou seja, não tem sempre 24 h como o dia civil (calendário).

Essas variações ocorrem devido à inclinação entre os movimentos de rotação e de translação da Terra e à forma elíptica da órbita da Terra ao redor do Sol.

1.2 Simulador *Stellarium*

Stellarium é um software livre, de código aberto, desenvolvido para Linux/Unix, Windows e Mac OS X, que permite simular um planetário em um computador doméstico. Ele utiliza OpenGL para gerar, em tempo real, as posições e movimentos de corpos celestes. Desenvolvido, inicialmente, em 2001 por Fabien Chéreau o projeto é, atualmente, mantido e constantemente atualizado por um grupo de estudantes, profissionais e entusiastas (STELLARIUM..., 2018).

O software possui uma base de dados ampla, podendo chegar a 210 milhões de estrelas, utilizando dados de catálogos como NGC e Hipparcos, entre outros ((STELLARIUM..., 2018). Seu objetivo é atuar como uma ferramenta educacional e de suporte, auxiliando astrônomos, amadores ou não, a planejar observações e verificar conceitos teóricos em um ambiente simplificado.

Utilizando o software é possível verificar características referentes ao movimento de planetas, estrelas e outros corpos celestes, em função do instante e da posição do observador. Pode-se, por exemplo, observar em minutos o movimento de um determinado corpo celeste que levaria anos para ser completado.

2 Medindo o “dia solar verdadeiro”

Como dito, o que queremos então, é registrar os instantes das passagens meridianas do Sol. A rigor, para tal, deveríamos observar o Sol. Entretanto, essa tarefa não é recomendável para leigos. A observação direta do Sol é extremamente perigosa devido à alta intensidade de sua radiação. No caso da Astronomia profissional, embora corriqueira, essa observação exige estratégias especiais e de grande complexidade, sobretudo quando se quer realizar um trabalho de precisão.

A opção para os leigos é observar a passagem meridiana do Sol de forma indireta. Em vez de observarmos o Sol quando este cruza o meridiano, observamos a sombra de uma haste fincada verticalmente. O instante da passagem meridiana do Sol corresponde ao instante em que essa sombra é mínima.

Naturalmente, a realização da medida da sombra da haste nos instantes das passagens meridianas consecutivas do Sol, estarão separadas por, aproximadamente, 24 h. Uma dificuldade ainda maior é que se quisermos medir o comportamento do “dia solar verdadeiro” ao longo do ano, teremos que repetir essa medida muitas vezes e esperarmos pelo menos um ano para termos resultados.

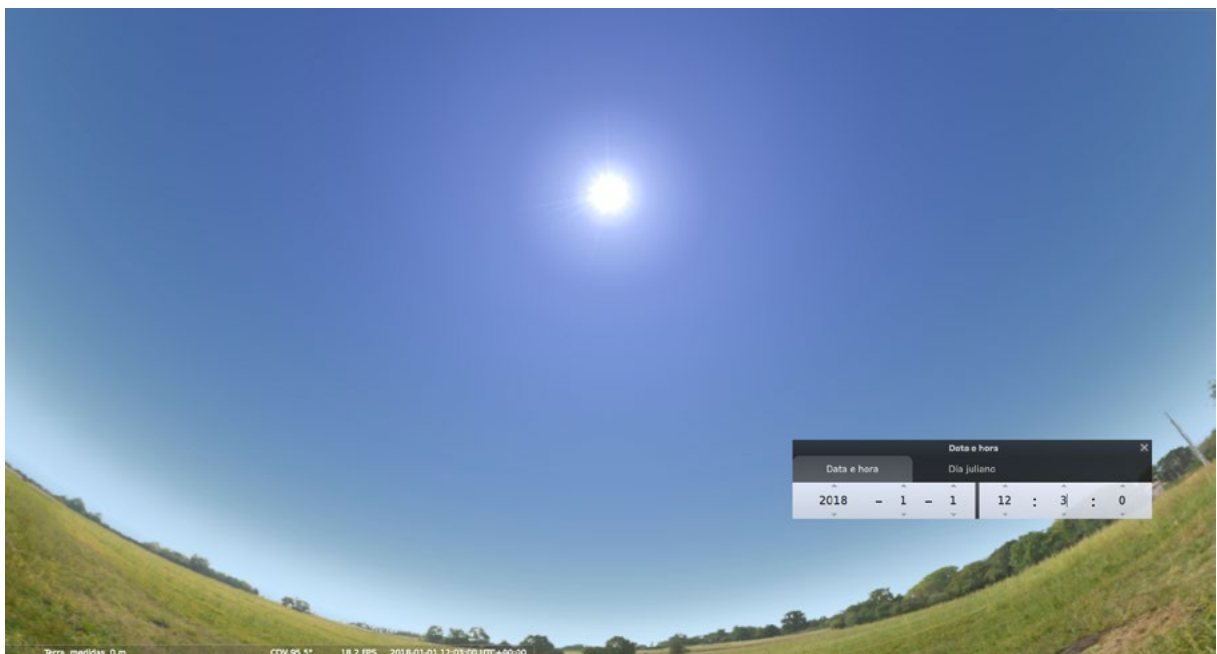
Para viabilizar esse projeto em que o foco principal é a Metrologia, optamos por registrar os instantes da passagem meridiana do Sol, estimando os instantes em que o Sol, em seu movimento diário, atinge a altura máxima usando o simulador *Stellarium*. Isso nos permite realizar essa experiência muito rapidamente e discutir alguns dos diversos fatores que podem interferir na qualidade das medidas.

2.1 Método de medição

A medição do dia solar verdadeiro por meio do software Stellarium consistiu na observação do movimento do Sol, empregando dois métodos diferentes:

- **Método 1:** neste método a observação é feita sem qualquer ferramenta auxiliar, ou seja, a "olho nu". O observador deve acompanhar diretamente a trajetória do Sol até que o astro atinja o ponto de altura máxima. O instante de tempo indicado pelo relógio do simulador é registrado como T_1 . A seguir, no dia seguinte, é registrado como T_2 o instante de tempo em que o Sol se encontra novamente na altura máxima. A diferença entre T_1 e T_2 nos fornece a duração de um dado "dia solar verdadeiro". A **Figura 1** mostra uma captura de tela de um instante de tempo sendo determinado por este método.

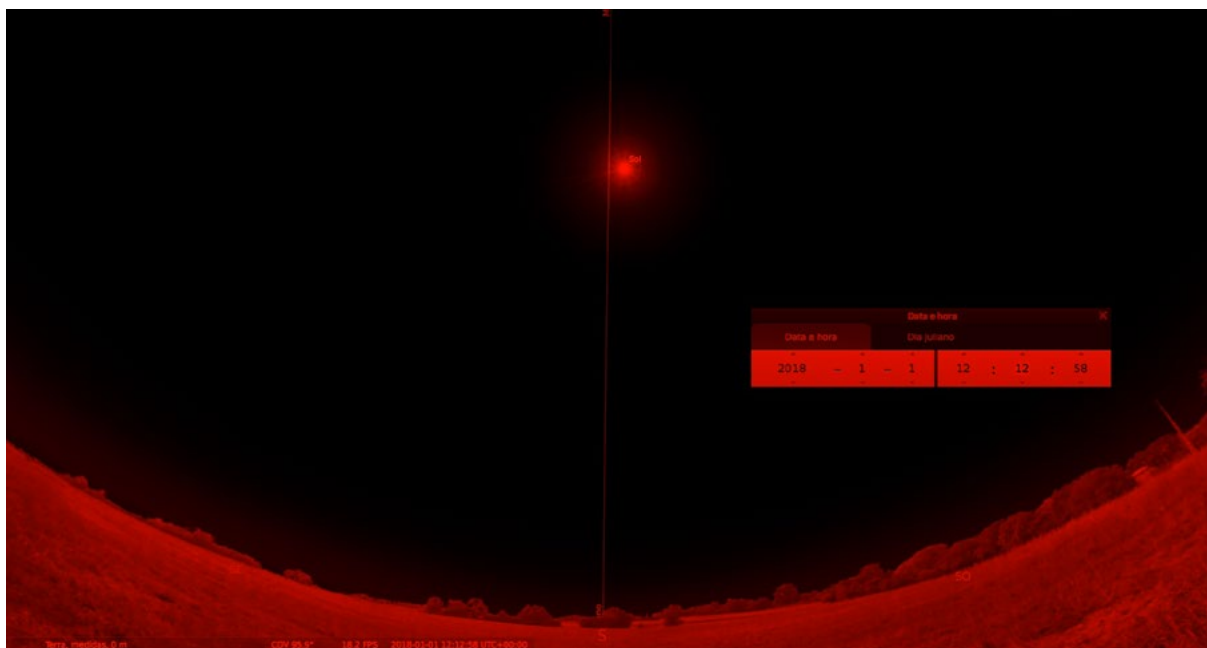
Figura 1 – Método 1, observação direta do Sol pelo observador. É possível observar na imagem o painel da base de tempo que controla a simulação sendo gerada pelo software



Fonte: Elaborado pelos autores

- **Método 2:** neste método, a observação é feita utilizando-se um filtro noturno para reduzir o brilho do Sol e, também, é empregada uma linha meridiana, com o intuito de dar maior precisão na estimativa do instante em que o astro cruza o meridiano local. Da mesma forma que no Método 1, os instantes T_1 e T_2 são determinados e a diferença entre eles nos dá o valor do "dia solar verdadeiro". A **Figura 2** mostra uma captura de tela de um instante de tempo sendo determinado por este método.

Figura 2 – Observação direta do Sol pelo simulador com filtro noturno e linha do meridiano



Fonte: Elaborado pelos autores

Para melhorar a confiabilidade das medidas devido ao observador, dois observadores realizaram as medidas para as mesmas datas. Isso resulta em duas medidas para cada instante, o que nos permite trabalhar com o valor médio, melhor que cada valor individual.

Em ambos os métodos, foram realizadas 24 pares de leituras ao longo do ano de 2018. Os pares adotados foram as datas entre o primeiro e o segundo dia de cada mês (01.01.2018 e 02.01.2018; 01.02.2018 e 02.02.2018, assim por diante, até 01.12.2018 e 02.12.2018). Em nossa análise temporal do comportamento do "dia solar verdadeiro" usamos o valor de cada par de instantes observado para datar a medida realizada, conforme calculado pela **Equação 1**.

$$IT = T_2 - T_1 + 24 \quad (1)$$

Onde,

IT = intervalo de tempo, em h

T_1 = instante de tempo do primeiro dia, em h

T_2 = instante de tempo do segundo dia consecutivo, em h

2.2 Incerteza de medição do intervalo de tempo

Para cada intervalo de tempo medido, tanto para a Método 1 quanto para a Método 2, foi estimada uma incerteza expandida a partir das componentes de incerteza consideradas no **Quadro 1**.

Quadro 1 – Componentes de incerteza consideradas

Componente de incerteza	Avaliação de Incerteza
Resolução do indicador de intervalo de tempo para a medida de T_1 e T_2	Tipo B
Incerteza da base de tempo do relógio	Tipo B
Variabilidade das leituras para estimar o instante em que o Sol atinge altura máxima	Tipo A

Fonte: Elaborado pelos autores

A incerteza tipo A é estimada pela análise estatística, enquanto a incerteza tipo B é estimada por outros meios. A distribuição estatística adotada para essas incertezas tipo B é do tipo retangular. Mais detalhes dessas definições podem ser obtidos no Guia para a expressão de incerteza de medição - GUM 2008 (INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, QUALIDADE E TECNOLOGIA, 2012).

É importante ressaltar que, pelo fato da medição ser realizada por meio da simulação do software *Stellarium*, diversas componentes de incerteza, que seriam relevantes em um ambiente real, desaparecem, tais como a dilatação do instrumento para medição da altura do Sol e efeitos atmosféricos. O fato da medida do intervalo de tempo ser uma medida relativa, outras componentes de incerteza, tais como, erros sistemáticos do observador e do relógio utilizado são considerados irrelevantes.

2.2.1 Incerteza devido à resolução

A resolução do indicador de intervalo de tempo é calculada como metade do último dígito significativo apresentado pelo medidor, resultando no valor de 0,05 s, ou 14×10^{-6} h.

2.2.2 Incerteza devido à base de tempo

A base de tempo ou *clock* de um medidor de intervalo de tempo, tal como um cronômetro, é considerada a parte mais importante do instrumento. Um *clock* nada mais é que um gerador que emite pulsos elétricos em uma frequência constante. A precisão de sua frequência varia de acordo com o tipo de elemento cujo *clock* é constituído. Quartzo, rubídio, césio ou hidrogênio são alguns exemplos de elementos empregados como base de tempo. Normalmente, equipamentos acessíveis à maior parte das pessoas (cronômetros, relógios eletrônicos, *lap top*, entre outros) possuem quartzo como base de tempo, cuja incerteza é da ordem de 1 ppm (parte por milhão) (HEWLETT-PACKARD, 1997). Como dito anteriormente, a calibração da base de tempo de um instrumento é realizada por meio de comparação com padrões cuja base de tempo possua menor incerteza que a do item sob calibração. Embora essa prática seja essencial para garantir a confiabilidade metrológica em um ambiente real, como o presente trabalho é baseado em um ambiente virtual, assume-se que o relógio do software possui uma base de tempo de quartzo e, portanto, o valor de sua incerteza é da ordem de 1 ppm.

2.2.3 Variabilidade das leituras

A variabilidade das leituras na estimativa do instante em que o Sol atinge a altura máxima foi calculada por meio do desvio padrão entre as leituras correspondentes obtidas por cada observador.

2.2.4 Determinação da incerteza expandida da medição

Segundo o Guia para a expressão de incerteza de medição - GUM 2008 (INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, QUALIDADE E TECNOLOGIA, 2012), a incerteza expandida da medição é o produto da incerteza padrão combinada por um fator de abrangência (**Equação 2**).

$$U = k \cdot u_c \quad (2)$$

Onde,

k = fator de abrangência

u_c = incerteza padrão combinada, calculada conforme **Equação 3**

$$u_c = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[\left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 (u_{x_i})^2 \right]} \quad (3)$$

Onde,

y = representa a equação do mensurando, ou seja, do intervalo de tempo

x_i = grandezas de entrada do mensurando (não correlacionadas)

u_{x_i} = incerteza padrão da grandeza de entrada

As derivadas parciais da **Equação 3** são chamadas de coeficiente de sensibilidade.

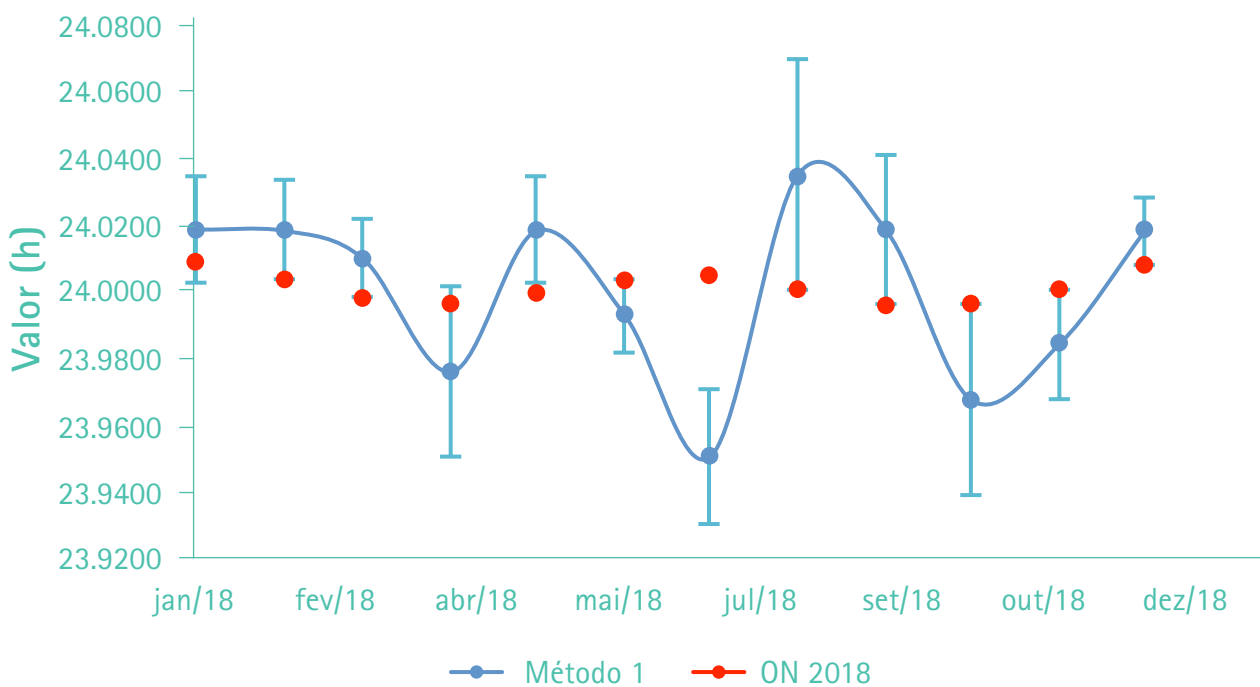
O fator de abrangência k foi obtido pela Tabela T de *Student* bicaudal, para um intervalo de confiança de 95,45 % e número de graus de liberdade calculados pela fórmula de Welch-Satterthwaite (INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, QUALIDADE E TECNOLOGIA, 2012).

3 Considerações Finais

Considerando o Método 1, foi encontrada uma considerável dificuldade para definir o instante em que o Sol se encontra no meridiano (altura máxima). Essa dificuldade deve-se, principalmente, ao fato de não termos referências no céu, a linha meridiana, por exemplo, e, também, devido à definição do centro da circunferência que representa o Sol.

O **Gráfico 1** apresenta a comparação entre os valores médios determinados para o “dia solar verdadeiro” ao longo do ano, com aqueles fornecidos no Anuário do Observatório Nacional (2018). As barras representam as incertezas calculadas para cada ponto, conforme descrito no item 2.2.

Gráfico 1 – Comparação entre os valores medidos de intervalo de tempo (em azul) e os obtidos do Anuário 2018 do Observatório Nacional (em vermelho)

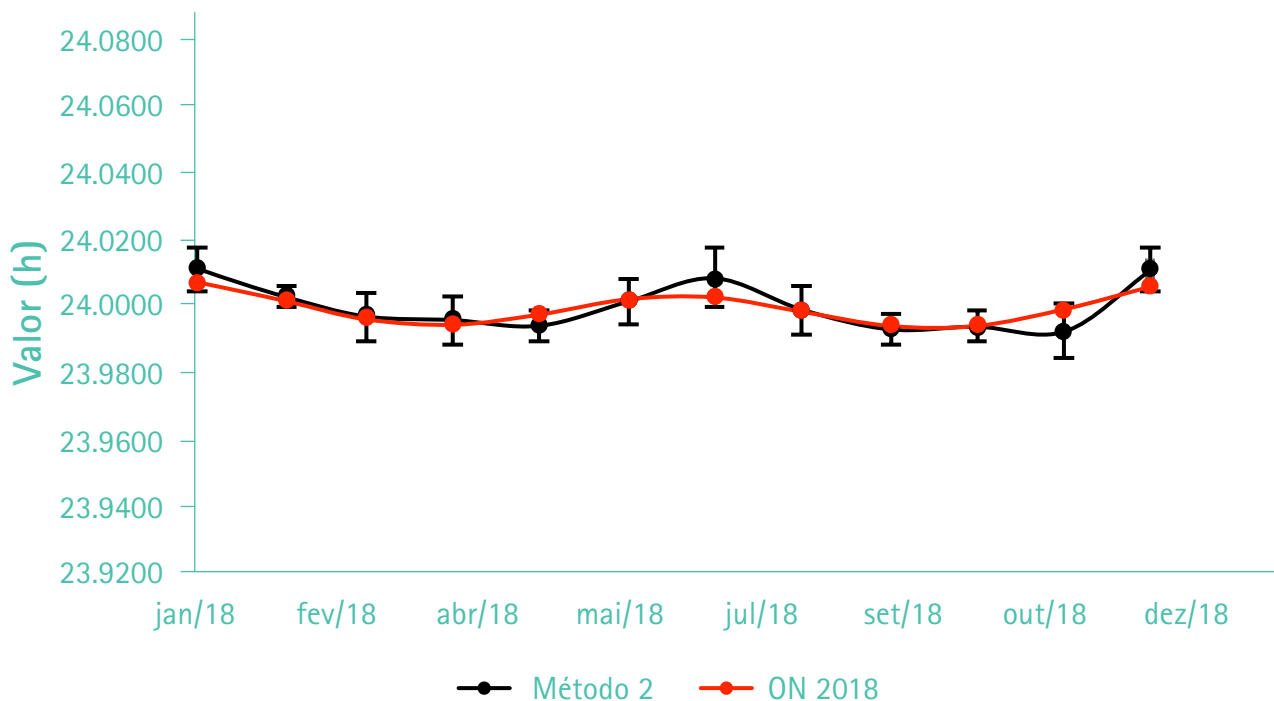


Fonte: Elaborado pelos autores com dados do Observatório Nacional (2018)

Nota: Erro máximo encontrado da ordem de 3 min e incerteza máxima da ordem de ± 2 min.

O **Gráfico 2** apresenta a comparação entre os valores obtidos da medição do dia solar verdadeiro pelo Método 2 com os valores obtidos pelo Anuário do Observatório Nacional (2018), para o mesmo período. As barras representam as incertezas calculadas para cada ponto, conforme descrito no item 2.2.

Gráfico 2 - Comparação entre intervalo de tempo medido (em preto) e obtido do Anuário 2018 do Observatório Nacional (em vermelho). Resultados obtidos com auxílio do filtro noturno e linha meridiana

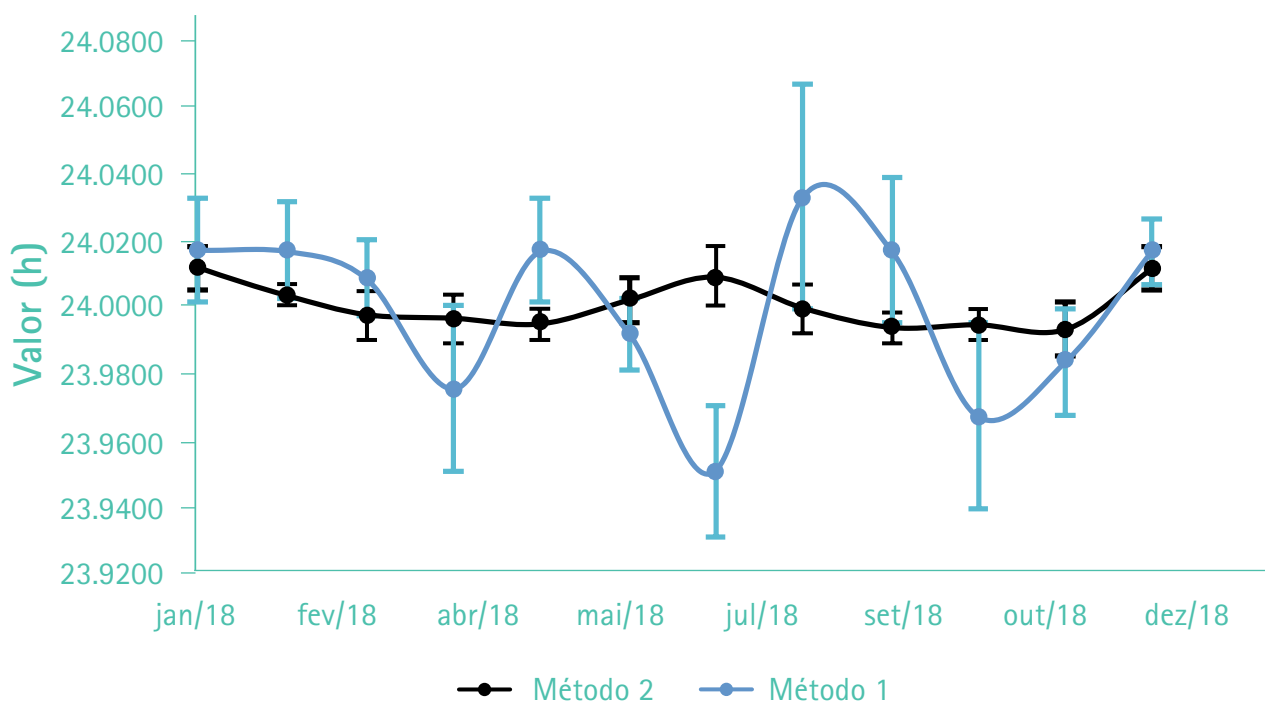


Fonte: Elaborado pelos autores com dados do Observatório Nacional (2018)

Nota: erro máximo encontrado é da ordem de 20 s e incerteza máxima da ordem de ± 40 s.

O **Gráfico 3** apresenta a comparação entre ambos os resultados obtidos tanto com o Método 1, quanto com o Método 2. As barras representam as incertezas calculadas para cada ponto, conforme descrito no item 2.2.

Gráfico 3 – Comparação entre os resultados obtidos. Método 1 em azul e Método 2 em preto



Fonte: Elaborado pelos autores

4 Discussão

Conforme o **Gráfico 3**, ao comparar os **Gráficos 1 e 2**, verifica-se que, tanto o filtro noturno quanto a linha do meridiano contribuíram, significativamente, na redução do erro e da incerteza de medição. No **Gráfico 2**, a diferença entre o intervalo de tempo medido e o obtido pelo Anuário do Observatório Nacional (2018) é muito menor (quase 10 vezes menor, no pior caso) que a diferença apresentada no **Gráfico 1**. Isso ocorreu porque, sem o meridiano e sem o filtro de modo noturno, havia uma grande dificuldade de perceber o movimento do Sol dentro de uma resolução da ordem de 1 s. De fato, o movimento era perceptível somente após algumas dezenas de segundos. Isso acarretou uma alta variabilidade nos resultados da Método 1, resultando em uma incerteza muito maior do que no Método 2.

Portanto, é possível concluir que, medir o intervalo de tempo por meio da observação da passagem do Sol sem qualquer auxílio adicional apresenta resultados úteis somente para aqueles que não exigem uma incerteza inferior a algumas unidades de minutos.

Adicionalmente, observa-se nos gráficos que há uma grande oscilação entre as leituras ao longo do ano. Essa oscilação possui amplitude da ordem de 47 s (baseado nos dados do OBSERVATÓRIO NACIONAL, 2018). Isso ocorre, principalmente, por conta de dois fatores:

- a órbita da Terra ser uma elipse, fazendo com que o movimento angular da Terra em torno do Sol não seja constante, como descrito pela 2ª Lei de Kepler, que diz que áreas iguais são percorridas por intervalos de tempo iguais; e
- o plano equatorial da Terra não ser paralelo ao plano de sua órbita ao redor do Sol. O ângulo formado entre esses dois planos é da ordem de 23,5°.

Essa oscilação detectada em um experimento simples como este, sugere que a escala de tempo baseada no Sol verdadeiro não é uniforme e exatamente por essa razão foi abandonada como tal. Como alternativa, portanto, foi criado outro conceito de dia solar, chamado **dia solar médio**.

O **dia solar médio** é definido como o intervalo de tempo entre duas passagens meridianas consecutivas de um corpo celeste fictício comumente chamado "Sol médio". Esse corpo fictício, "Sol médio", percorre o equador celeste com uma velocidade igual à velocidade média do Sol verdadeiro na eclíptica. Por definição, o dia solar médio é dividido em 24 h e assim por diante. Desprezando-se as irregularidades na rotação da Terra, pode-se dizer que essa unidade de tempo é estável. Devido ao fato da excentricidade da órbita da Terra não ser muito grande, bem como a inclinação entre os movimentos de rotação e translação, o "Sol médio" está sempre muito perto do Sol verdadeiro, afastando-se no máximo ao redor de 15 min. Isso faz com que sua utilização não perturbe o nosso dia a dia comandado pelo Sol verdadeiro.

Os relógios atuais utilizam como referência uma base de tempo muito mais precisa e estável proveniente de padrões quânticos que, por sua vez, são calibrados de forma a assegurar a rastreabilidade metrológica (**Figura 3**). Por razões de continuidade e pelo fato de que nossas vidas estão intimamente relacionadas com o ciclo solar, os relógios que utilizamos são sincronizados com o "Sol médio", acrescido da correção devido ao fuso horário local. Embora regularmente exista um pequeno ajuste para que haja essa sincronização (chamado de segundo intercalar).

Figura 3 – Padrões de frequência de rubídio do Laboratório de Metrologia Elétrica do IPT



Fonte: Elaborado pelos autores

5 Conclusão

Nos propusemos aqui a discutir a utilização de alguns conceitos metrológicos na medida de um fenômeno astronômico, movimentos diário e anual aparentes do Sol, ou, de um ponto de vista heliocêntrico, os movimentos de rotação e translação da Terra. O experimento utilizado consistiu em medir a duração do dia solar verdadeiro através de suas passagens meridianas simuladas pelo software Stellarium. As duas estratégias adotadas permitiram a detecção da variabilidade da unidade de tempo "dia solar verdadeiro" e mostraram que, com a utilização de algumas ferramentas fornecidas pelo próprio software, pode-se melhorar em muito a precisão das medidas. Na prática, isso deve sugerir que arranjos adequados, maiores cuidados e repetição da medida, são comportamentos mais do que desejáveis quando queremos precisão.

Embora não discutido no texto, nosso experimento mostra um caminho pouco usual de se estudar os movimentos da Terra, mais do que isso, mostra como podemos detectá-los mesmo, sem observá-los diretamente.

6 Referências

ALDER, K. **A medida de todas as coisas**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2003.

DETERMINING the earth's size. Disponível em: <<http://www.geo.hunter.cuny.edu/~jochen/gtech201/Lectures/Lec6concepts/Datums/Determining%20the%20earths%20size.htm>>. Acesso em: 21 set. 2018.

ERATOSTHENES greek scientist. In: **Encyclopaedia Britannica**. Disponível em: <<https://www.britannica.com/biography/Eratosthenes>>. Acesso em: 21 set. 2018.

HEWLETT-PACKARD. **Application Note 200-3, Fundamentals of Time Interval Measurements**. [S.l.]: HP, 1997.

INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, QUALIDADE E TECNOLOGIA. Centro de Capacitação. **Avaliação de dados de medição**: Guia para a expressão de incerteza de medição - GUM 2008. Duque de Caxias: Inmetro, 2012.

OBSERVATÓRIO NACIONAL. **Anuário 2018. Seção C – Posições Aparentes do Sol, Lua e Planetas**. Rio de Janeiro: ON, 2018.

SANTIAGO, B., SALVIANO, A. **Astronomia Geodésica – Posicionamento pelas Estrelas**. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2005. 160 p.

STELLARIUM. **Faq**. Disponível em: <<https://github.com/Stellarium/stellarium/wiki/FAQ>>. Acesso em: 21 set. 2018.

DOI 10.34033/2526-5830-v3n11-70

